Вариант 9

Задание 5.

Для задач, указанных в пунктах 2 и 4, построить двойственные задачи и показать их решение, используя уже найденные решения соответствующих прямых задач.

Условие задачи №2:

Итак, у нас есть целевая функция и ряд ограничений:

F = 3-x1+x2 → max, при системе ограничений:  
2x1+3x2 ≤ 11   
-x1-3x2 ≤ 2   
2x1-x2 ≥ -1

Стандартный вид:

2x1+3x2 ≤ 11   
-x1-3x2 ≤ 2   
-2x1+x2 ≤ 1

Канонический вид:

F=3-x1+x2🡪 max

2x1+3x2+y1=11

-x1-3x2+y2=2

-2x1+x2+y3=1

Сформулируем двойственную задачу:

Найти min φ = 11λ1+2λ2+ λ3+3 при ограничениях

x1 ~ 2λ1 - λ2 - 2λ3 ≥ -1

x2 ~ 3λ1 - 3λ2 + λ3 ≥ 1

y1 ~ λ1 ≥ 0

y2 ~ λ2 ≥ 0

y3 ~ λ3 ≥ 0

Приведем двойственную задачу к каноническому виду:

min φ = -11λ1-2λ2- λ3+3

2λ1 - λ2 + 2λ3 – ξ1 = -1

3λ1 - 3λ2 + λ3 – ξ2 = 1

Из оптимальной сиплекс-таблицы прямой задачи видно, что переменные х1 и х2 выражаются через свободные переменные у1 и у3 следующим образом:

x1=1– y1 + y3

x2=3– y1 + y3

x1=1; x2=3

2x1+3x2 = 11 λ1 ≥ 0 2λ1 - 2λ3 = -1 => -4λ1 = 1 => λ1 =   
-x1-3x2 ≤ 2 λ2 = 0 3λ1 + λ3 = 1 8λ3 = 5=> λ2 =   
-2x1+x2 = 1 λ3 ≥ 0

Тогда эти переменные входят в выражение для оптимальной функции цели прямой задачи с коэффициентами ; соответственно (max f= 3-x1+x2 = 3 – ) ?

Получается: у1 🡪 λ1 ≥ 0 ; у3 🡪 λ3 ≥ 0

По лемме 10.1 получаем:

= 0 – λ1 ; = 0 – λ3

Тогда решение двойственной задачи выглядит следующим образом:

φ=5; λ1= ; λ2= 0; λ3= -

Условие задачи №4:

Итак, у нас есть целевая функция и ряд ограничений:

F = -2x1-5x2+3х3 → min, при системе ограничений:

x1+x2 ≥ 2

3x1+x2 ≤ 4

x1+x3 ≥ 5

Стандартный вид:

x1+x2 ≥ 2

-3x1-x2 ≥ 4

x1+x3 ≥ 5

Канонический вид:

f = -2x1-5x2+3х3+0y1+0y2+0y3 🡪 min

x1+x2+y1≥ 2 ~ λ1

-3x1-x2+ y2 ≥ 4 ~ λ2

x1+x3+y3 ≥ 5 ~ λ3

Двойственная задача:

Найти max ϕ = -2λ1-5λ2+3λ3 при ограничениях

x1 ~ λ1 - 3λ2 + λ3 ≤ -1

x2 ~ λ1 - λ2 + λ3 ≤ 1

y1 ~ λ1 ≤ 0

y2 ~ λ2 ≤ 0

y3 ~ λ3 ≤ 0

Приведем двойственную задачу к каноническому виду:

λ1 = λ'1

λ2 = λ'2

λ3 = λ'3

ϕ = -2λ'1-5λ'2+3λ'3 🡪 max

λ'1 - 3λ'2 + λ'3 + ξ1= -1

λ'1 - λ'2 + λ'3 + ξ2 = 1